

☆ 平方完成 $(x+p)^2 = q$ の形に直して方程式を解く

$$\begin{aligned}
 x^2 + ax &= b \\
 x^2 + ax + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 &= b + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 \\
 \left(x + \frac{1}{2}a\right)^2 &= b + \frac{1}{4}a^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x^2 + 6x - 5 &= 0 && \leftarrow -5 \text{ を移行する} \\
 x^2 + 6x &= 5 && \leftarrow \frac{1}{2} \text{ の 2 乗を両辺に加える} \\
 x^2 + 6x + 3^2 &= 5 + 3^2 \\
 x^2 + 6x + 9 &= 14 && \leftarrow \text{左辺を } (x+p)^2 \text{ に} \\
 (x+3)^2 &= 14 && \leftarrow \text{因数分解する}
 \end{aligned}$$

〈例題〉 次の方程式を $(x+p)^2 = q$ の形に直して解きなさい。

(1) $x^2 - 4x = 2$

$$x^2 - 4x + (-2)^2 = 2 + (-2)^2$$

$$x^2 - 4x + 4 = 2 + 4$$

$$(x-2)^2 = 6$$

$$x-2 = \pm\sqrt{6}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{6}$$

(2) $x^2 + 10x - 7 = 0$

$$x^2 + 10x = 7$$

$$x^2 + 10x + 5^2 = 7 + 5^2$$

$$x^2 + 10x + 25 = 7 + 25$$

$$(x+5)^2 = 32$$

$$\pm\sqrt{32} = \pm 4\sqrt{2}$$

$$x+5 = \pm 4\sqrt{2}$$

$$x = -5 \pm 4\sqrt{2}$$

☆ 解の公式

二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は、
右のようになる。

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

〈例題〉 次の方程式を解の公式を使って解きなさい。

(1) $2x^2 + 3x - 1 = 0$

$$a = 2, b = 3, c = -1$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

(2) $x^2 + 4x + 2 = 0$

$$a = 1, b = 4, c = 2$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{8}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{2}}{2} \quad \text{約分}$$

$$x = -2 \pm \sqrt{2}$$

(3) $3x^2 - 4x - 4 = 0$

$$a = 3, b = -4, c = -4$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 3 \times (-4)}}{2 \times 3}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{64}}{6}$$

$$x = \frac{4 \pm 8}{6}$$

$$x = \frac{4+8}{6}, \frac{4-8}{6}$$

$$x = 2, -\frac{2}{3}$$

1 次の方程式を $(x+p)^2 = q$ の形に変形して解きなさい。

(1) $x^2 + 8x + 4 = 0$

(2) $x^2 - 4x + 2 = 0$

(3) $x^2 + 3x - 2 = 0$

(4) $3x^2 - 24x - 12 = 0$

(5) $x^2 + 5x + 1 = 2(x + 1)$

(6) $(x - 5)(x - 3) = 2(9 - x)$

2 次の方程式を解の公式を使って解きなさい。

(1) $x^2 + 5x + 2 = 0$

(2) $x^2 + 10x - 7 = 0$

(3) $2x^2 - 3x - 1 = 0$

(4) $3x^2 + 8x + 4 = 0$

(5) $x^2 = 9(x - 1)$

(6) $3x^2 = -2x + 3$

デジタル板書データ (youtube動画)

『2次方程式 (平方完成と解の公式)』

動画QRコード

